

Instrukcja do ćwiczenia z symulacji komputerowych

Trochę fizyki.

Aby wyznaczyć tor ruchu danego ciała musimy najpierw wyznaczyć wszystkie działające na nie siły oraz prędkość i położenie w chwili startu. W naszych zadaniach będą występowały następujące siły:

1. Siła grawitacji (w zadaniach "blisko Ziemi") $F_g = -gm$
2. Siła grawitacji (w zadaniu "na orbicie") $F_g = -\frac{Gm_1m_2}{r^2}$, gdzie r to odległość między obiektami
3. Siła sprężystości $F_s = -k\Delta l$, gdzie k to współczynnik sprężystości sprężyny, a Δl wydłużenie sprężyny
4. Siła wyporu $F_w = \rho Vg$, gdzie ρ to gęstość cieczy, a V objętość zanurzonego ciała. W tym ćwiczeniu przyjmujemy, że $\rho = \rho_o + kh$, gdzie ρ_o to gęstość przy powierzchni, h to głębokość zanurzenia, a k to współczynnik zależny od rodzaju cieczy
5. Siła Coulomba między okładkami kondensatora $F_c = \frac{Uq}{d}$, gdzie U to napięcie przyłożone do okładek kondensatora, d to odległość między okładkami, a q to ładunek naelektryzowanego ciała.
6. Siła oporu $F_{op} = -cv$, gdzie c to współczynnik oporu, a v to prędkość

W zadaniach, w których ruch odbywa się w 2 wymiarach, pamiętamy że osobno analizujemy ruch w poziomie i w pionie.

Aby wyznaczyć przyspieszenie obiektu korzystamy z II Zasady dynamiki: $a = \frac{F}{m}$

Trochę geometrii

W zadaniu z grawitacją siła przyciągania ciała A przez B jest zwrócona w kierunku ciała B. Aby wyznaczyć składowe F_x i F_y tej siły musimy najpierw wyznaczyć wektor AB. Niech A ma współrzędne x_A i y_A , a B odpowiednio x_B i y_B . wówczas $\vec{AB} = [x_B - x_A, y_B - y_A]$. Niech r oznacza długość tego wektora (czyli odległość między obiektami A i B). $r = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$ składowe grawitacji wynoszą odpowiednio:

$$F_x = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \cdot \frac{x_B - x_A}{r} = \frac{Gm_1m_2}{r^3} (x_B - x_A)$$
$$F_y = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \cdot \frac{y_B - y_A}{r} = \frac{Gm_1m_2}{r^3} (y_B - y_A)$$

Ten czerwony fragment to stosunek współrzędnej wektora do jego długości, czyli tzw. wersor (dla dowolnego wektora v , jego wersor ma długość 1, i kierunek i zwrot taki jak wektor v). W tych wzorach uwzględniono już zwrot i dlatego nie ma minusa przed G.

Musimy pamiętać, że taka sama co do wartości, ale przeciwnie skierowana siła działa na ciało B. (III zasada dynamiki)

Trochę algorytmiki

1	Na początku nasz obiekt znajduje się w punkcie x_0 i y_0 i ma prędkość v_{x0} i v_{y0}	$x = x_0; y = y_0; v_x = v_{x0}; v_y = v_{y0}; t=0$
2	Ponieważ działa na niego wypadkowa siła F to możemy wyznaczyć jego przyspieszenie w punkcie (x,y) . Za F wstawiamy wyznaczoną przez nas siłę	$a_x = \frac{F_x}{m}; a_y = \frac{F_y}{m}$

3	Obliczamy nowe położenie obiektu po upływie czasu Δt , który dobieramy odpowiednio do charakteru symulowanego zjawiska. Zakładamy, że między jego starym a nowym położeniem jego prędkość się nie zmienia	$x = x + v_x \Delta t; y = y + v_y \Delta t; t = t + \Delta t$ <i>wyznaczenie t potrzebne jest tylko wtedy, gdy któraś wielkość jawnie zależy od czasu</i>
4	Obliczamy jego prędkość w nowym położeniu, zakładając, że między jego starym a nowym położeniem siła działająca na niego była stała	$v_x = v_x + a_x \Delta t; v_y = v_y + a_y \Delta t$
5	Obliczyliśmy nowe położenie i prędkość obiektu, więc wyznaczamy kolejny punkt, powtarzając wszystko od punktu 2	

Przykład

Wyznaczyć tor ruchu pocisku wystrzelonego pod kątem α do powierzchni ziemi z prędkością początkową v , uwzględniając opory powietrza. współczynnik oporu wynosi c , a masa pocisku m .

Na pocisk działają następujące siły:

- w poziomie: tylko siła oporu $F_x = -cv_x$
- w pionie: **grawitacja** i **siła oporu**. ich wypadkowa wynosi $F_y = -gm - cv_y$

Aby zasymulować tor ruchu musimy znać współczynnik c , masę ciała m , oraz położenie i prędkość początkową. Składowe prędkości policzymy ze wzorów $v_x = v \cos(\alpha)$; $v_y = v \sin(\alpha)$

Krok czasowy Δt dobieramy eksperymentalnie.

Zadania:

1. Wyznaczyć zależność położenia od czasu odważnika o masie m zawieszono na sprężynie o współczynniku sprężystości k rozciągniętej o Δl i umieszczonej w ośrodku o współczynniku oporu c
2. Wyznaczyć tor ruchu odważnika o masie m zaczepionego na dwóch prostopadłych sprężynach o współczynnikach sprężystości k_1 i k_2 umieszczonego w chwili startu w punkcie oddalonym o wektor $[x_0; y_0]$ od położenia równowagi. Opory ruchu pominąć.
3. Dwa ciała o masach m_A i m_B i prędkościach początkowych \vec{v}_1 i \vec{v}_2 przyciągają się grawitacyjnie. Wyznacz tor ich ruchu.
4. Wyznacz tor ruchu ładunku q umieszczonego między okładkami dwóch prostopadłych kondensatorów do których przyłożono napięcia odpowiednio $U_A = U_{A0} \sin(\omega_A t)$; $U_B = U_{B0} \sin(\omega_B t)$. Przyjmij, że w chwili startu ładunek znajduje się dokładnie w środku obu kondensatorów.
5. Z dna zbiornika wypełnionego cieczą o gęstości danej wzorem $\rho = \rho_0 + kh$, gdzie h to głębokość, wystrzelono pod kątem α , z prędkością v pocisk o masie m i objętości V . Wyznacz tor jego ruchu.