

MARZEC 2017

KLASA I

1. Wykaż, że dla dowolnych liczb a i b zachodzi nierówność $2a^2 + 2b^2 + 1 \geq 2(a + b)$.
2. Sprawdź, czy liczba $\sqrt[3]{\sqrt{5} + 2} - \sqrt[3]{\sqrt{5} - 2}$ jest całkowita?
3. Wykaż, że jeżeli w trójkącie równoramiennym o obwodzie 30, długość a podstawy spełnia warunek $6 < a < 15$, to z jego wysokości można zbudować trójkąt.

KLASA II

1. Przeprowadź dyskusję rozwiązalności równania $\frac{1}{x-a} + \frac{1}{x-b} = 1$.
2. Dla jakich liczb całkowitych n , $\frac{n^3 - 2n^2 + 3}{n^2 - 2n}$ jest liczbą całkowitą?
3. Boki prostokąta o długościach a i b są średnicami okręgów, których środki są środkami boków prostokąta. Jakie długości mają wspólne cięciwy każdego z dwóch przecinających się okręgów?

KLASA III

1. Rozstrzygnij, ile ekstremów ma funkcja: $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x - \sin x$.
2. Wykaż, że $\log_5 2 \cdot \log_5 4 \cdot \log_5 6 \cdot \log_5 8 < 1$.
3. Oblicz sumę: $\sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2}}$.

POWODZENIA!

UWAGA!

Rozwiązania zadań należy oddać do 07.04.2017 r.