

MAJ 2019

KLASA I

1. Wykaż, że dla dowolnych liczb nieujemnych a i b zachodzi nierówność:

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} \leq \frac{a+b}{2} + 1.$$

2. Do wykresu funkcji danej wzorem $f(x) = \begin{cases} ax + b & \text{dla } x < 1 \\ cx + d & \text{dla } x \geq 1 \end{cases}$ należą punkty: $A = (-2; 5)$, $B = (2; \frac{8}{3})$, $C = (0; 1)$, $D = (7; 1)$. Wyznacz wzór tej funkcji, narysuj jej wykres oraz podaj zbiór wartości tej funkcji w przedziale $\langle -1; 4 \rangle$.

3. Na bokach AB i BC kwadratu $ABCD$ obrano punkty E i F takie, że $2|AE| = |BE|$ i $|BF| = |CF|$. Wykaż, że kąty AED i DEF są przystające.

KLASA II

1. Wykaż, że dla dowolnych liczb a i b zachodzi nierówność:

$$a(\sqrt{2} - a) + b(\sqrt{2} - b) \leq 1.$$

2. Wykaż, że dla każdego $x \in R$ zachodzi nierówność:

$$\sin x(1 - \sin x) + \cos x(\sqrt{3} - \cos x) \leq 1.$$

3. Na bokach AB i BC kwadratu $ABCD$ obrano punkty E i F takie, że $3|AE| = |BE|$ i $\sphericalangle AED \equiv \sphericalangle DEF$. W jakim stosunku punkt F dzieli bok BC ?

POWODZENIA!

UWAGA!

Rozwiązania zadań należy oddać do 31.05.2019 r.