

PAŹDZIERNIK 2018

KLASA I

1. Oblicz: $\frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{3}}} + \frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{4}}} + \frac{1}{\sqrt{3+\sqrt{5}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{1994+\sqrt{1996}}}$.
2. Liczby $m, n \in N$ i żadna z nich nie jest podzielna przez 3. Wykaż, że liczba $m^2 - n^2$ jest podzielna przez 3.
3. Wyznacz 5 liczb niewymiernych należących do przedziału $\left(\frac{1}{19}; \frac{2}{19}\right)$.

KLASA II

1. Wykaż, że jedynymi rozwiązaniami równania $x^2 + x^{10} = 2x^{12}$ są liczby: -1; 0 lub 1.
2. Ile istnieje parabol $y = x^2 - px - q$ takich, że $p, q \in N$ i wierzchołek paraboli należy do wnętrza koła $x^2 + y^2 \leq 9$?
3. Dany jest wielomian $W(x) = x^3 + mx^2 - 13x + n$, gdzie $m, n \in R$.
Liczby p i q spełniające warunek $\begin{cases} |p| + 3|q| = 10 \\ p - q = 2 \end{cases}$ są pierwiastkami tego wielomianu. Wyznacz trzeci pierwiastek tego wielomianu.

KLASA III

1. Rozstrzygnij, ile ekstremów ma funkcja: $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x - \sin x$.
2. Wykaż, że $\log_5 2 \cdot \log_5 4 \cdot \log_5 6 \cdot \log_5 8 < 1$.
3. Oblicz sumę: $\sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{(n+1)^2}}$.

POWODZENIA!

UWAGA!

Rozwiązania zadań należy oddać do 12.11.2018 r.